氏名	田 山 育 男
学位の種類	博　士（理　学）
学位記番号	第3908号
学位授与年月日	平成13年3月23日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当者
学位論文名	First homology groups of finite abelian branched coverings （有限可換分岐被覆の1次元ホモロジー群）
論文審査委員	主査 教授 河内 明夫　副主査 教授 枡田 幹也 副主査 助教授 金信 泰造

論文内容の要旨

多様体の有限可換分岐被覆の1次元ホモロジー群は幅広く研究されている。J. MayberryとK. Murasugiは3次元球面 S^3 の絡み輪で分岐する有限可換被覆について、その群のねじれ部分群の位数をAlexander不変量から計算する公式を与え、M. Sakumaは一般の多様体の有限可換分岐被覆について、その群の階数をAlexander不変量から計算する公式を与えた。

本論文は3章からなっており、第1章は複素射影平面の直線で分岐する有限可換被覆の1次元ベッチ数を研究する。M. Sakumaの公式を使い、具体例で1次元ベッチ数を計算し、次の結果を得た。

(1) ベッチ数の評価式。

(2) 特殊な直線のベッチ数による特徴づけ。

(3) 7本以下の実数直線のベッチ数のテーブル。

第2章は3次元球面 S^3 の2成分絡み輪で分岐する $Z_2 \oplus Z_2$-被覆の1次元ホモロジー群を研究する。これと、より小さい3つの巡回被覆のホモロジーの関係を調べ次の結果を得たが、その証明にJ. MayberryとK. Murasugiの公式を使っている。

(1) Alexander多項式に－1を代入した値が0なら、それは3つの直和に同型。

(2) それ以外なら、3つの直和を Z_2 で割った商群に同型。

第3章では Z_p-ホモロジー球面の絡み輪で分岐する Z_p-被覆の Z_p-係数1次元ホモロジー群の Z_p-階数を研究する。概要は次の通りである。

(1) 特殊な絡み輪の Z_p-階数を決定する。

(2) 無限巡回被覆の1次元ホモロジー群の $Z_p[t, t^{-1}]$-加群としての表示と Z_p-階数の関係を調べる。

(3) Z_p-階数の評価式を求める。

論文審査の結果の要旨

結び目や絡み目の研究においては、それらを分岐集合とするような分岐被覆多様体を構成し、その位相構造を研究する方法が基本的な方法として知られている。この論文において、田山氏は、line configurationを分岐集合とするような、複素射影平面上の分岐被覆で、line configurationの補空間の位数 nの巡回群を係数とした1次元ホモロジー群をモノドロミー群としてもつようなもの、および絡み目や分岐集合とするような3次元球面上の分岐被覆で、位数2の群の直和や巡回群をモノドロミー群としてもつようなものを考察し、それらの1次元ホモロジー群についていくつかの重要な結果を得た。

第1章では、複素射影平面上の分岐被覆の場合を考察し、M. Sakumaの一般的公式を使ってこの場合に詳

しい検討を加え、1次元ホモロジー群の階数の評価式を得た。また、7本以下の場合のreal line configurationの分岐被覆の1次元ホモロジー群の階数を完全に決定した。

第2章では、2成分絡み目を分岐集合とする3次元球面上の分岐被覆で、位数の群2個の直和をモノドロミー群としてもつようなものの1次元ホモロジー群について、J.MayberryとK.Murasugiの結果を利用して、Θ曲線についてのNakaoの定理に類似の計算結果を得た。この計算において、2変数アレクサンダー多項式の－1での特殊値が0かそうでないかによって、Θ曲線の場合と違い、計算結果が分かれることを指摘している点は高く評価できる。

第3章では、素数pに対し、絡み目のp重分岐被覆のp係数1次元ホモロジー群のp-階数の評価式を与えた。pと互いに素な自然数qに対する、q-係数1次元ホモロジー群については、J.HillmanとM.Sakumaにより研究されたが、p係数1次元ホモロジー群については詳しく研究されては来なかった。

以上により、本論文は結び目理論についての新しい知見を分岐被覆の観点から与えたもので、結び目理論研究・位相幾何学の発展に大きく寄与するものであり、博士（理学）の学位を授与するに値するものと審査した。